

Hong Kong Mathematics Olympiad (2001 – 2002)

Heat Event (Group)

香港數學競賽 (2001 – 2002)

初賽項目 (團體)

除非特別聲明，答案須用數字表達，並化至最簡。

Unless otherwise stated, all answers should be expressed in numerals in their simplest form.

1. 有糖果一袋分配給甲、乙、丙三人。甲、乙、丙三人依次所得的糖果數目的比是 $5:4:3$ 。若把糖果重新分配給甲、乙、丙三人使其比依次為 $7:6:5$ ，則其中一人比原本所得的數目多了 40 粒，問此人原本所得的糖果數目。

A bag of sweets is distributed to three persons A , B and C . The numbers of sweets obtained by A , B and C are in the ratios of $5:4:3$ respectively. If the sweets are re-distributed to A , B , C according to the ratios $7:6:5$ respectively, then one of them would get 40 more sweets than his original number. Find the original number of sweets obtained by this person.

2. 已知 a 、 b 、 c 為三個連續奇數且 $b^3 = 3375$ ，求 ac 的數值。

Given that a , b , c are three consecutive odd numbers and $b^3 = 3375$, find the value of ac .

3. 設在直角坐標平面上不等式 $|x| + |y| \leq 3$ 圍出的多邊形內面積為 p ，求 p 的數值。

Let p be the area of the polygon formed by the inequality $|x| + |y| \leq 3$ in the Cartesian plane. Find the value of p .

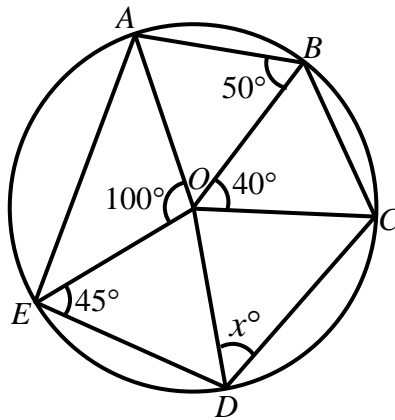
4. 求 $7^{2003} \div 100$ 的餘數。

Find the remainder of $7^{2003} \div 100$.

5. 如果實數 x 、 y 滿足方程 $x^2 + y^2 + 3xy = 35$ ，求 xy 的最大值。

If real numbers x , y satisfy the equation $x^2 + y^2 + 3xy = 35$, find the maximum value of xy .

6.



圖一

Figure 1

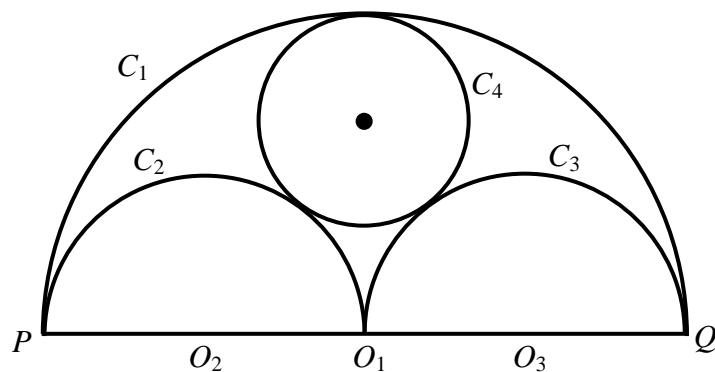
如圖一，點 A 、 B 、 C 、 D 、 E 位於以 O 為圓心的一個圓上。已知 $\angle DEO = 45^\circ$ ， $\angle AOE = 100^\circ$ ， $\angle ABO = 50^\circ$ ， $\angle BOC = 40^\circ$ 及 $\angle ODC = x^\circ$ ，求 x 的數值。

In figure 1, points A , B , C , D , E are on a circle with centre at O . Given $\angle DEO = 45^\circ$, $\angle AOE = 100^\circ$, $\angle ABO = 50^\circ$, $\angle BOC = 40^\circ$, and $\angle ODC = x^\circ$, find the value of x .

7. 將 20 個球放入 2 個袋中，每袋 10 個球，每袋的球分別標上數字 1 到 10，其中一個袋的球全為白色，另一個袋的球全為黑色。若從兩個袋中任意各取一個球，求白球上的數字較黑球上的數字為大的概率。

20 balls are put into 2 bags with 10 balls in each bag. The balls in each bag are labeled numbers 1 to 10, all balls in one bag are white and all balls in the other bag are black. If one ball is drawn from each of two bags, find the probability that the number of the white ball is greater than that of the black ball.

8.



圖二

Figure 2

如圖二， PQ 、 PO_1 、 O_1Q 分別是以 O_1 、 O_2 、 O_3 為圓心的半圓 C_1 、 C_2 、 C_3 的直徑，圓 C_4 內切於半圓 C_1 及外切於半圓 C_2 、 C_3 。若 $PQ = 24$ ，求圓 C_4 的面積（取 $\pi = 3$ ）。

In Figure 2, PQ , PO_1 , O_1Q are diameters of semi-circles C_1 , C_2 , C_3 with centres at O_1 , O_2 , O_3 respectively, and the circle C_4 touches C_1 , C_2 and C_3 . If $PQ = 24$, find the area of circle C_4 . (Take $\pi = 3$).

9. 已知正整數 a 、 b 滿足方程 $ab - a - b = 12$ ，求 ab 的值。

Given that a and b are positive integers satisfying the equation $ab - a - b = 12$, find the value of ab .

10. 已知三角形 ABC 中的 $\angle A$ 為一直角， $\sin^2 C - \cos^2 C = \frac{1}{4}$ ， $AB = \sqrt{40}$ 及 $BC = x$ ，求 x 的數值。

Given that $\angle A$ is a right angle in triangle ABC , $\sin^2 C - \cos^2 C = \frac{1}{4}$, $AB = \sqrt{40}$ and $BC = x$, find the value of x .